Invitation aux formes quadratiques
Errata

Ce fichier a été constitué avec l'aide précieuse de Bruno Calado, Philippe Caldero et Antoine Vezier.

Chapitre IV

- p.75 ligne 4 : À droite du symbole $\mapsto$, il faut lire $b(x,y)+b'(x',y')$.

Chapitre V

- p.90 ligne -5 : il faut lire "$\lambda \approx \pi\delta$ modulo $(\mathbb{K}^*)^2$".
- p.95 exemple 3.3. Les calculs sont incorrects. La bonne séquence de calculs est la suivante :

$$\begin{aligned} Q &= (X-4Z)(Y-2Z+2T) - 8\,Z\,(Z-T) + ZT \\ &= (X-4Z)(Y-2Z+2T) - 8\,Z^2 + 9\,Z\,T \\ &= (X-4Z)(Y-2Z+2T) - 8\left(Z - \frac{9}{16}T\right)^2 + \frac{81}{32}\,T^2 \\ &= \left(\frac{X+Y-6Z+2T}{2}\right)^2 - \left(\frac{X-Y-2Z-2T}{2}\right)^2 - 8\left(Z-\frac{9}{16}T\right)^2 + \frac{81}{32}\,T^2 \end{aligned}$$

On en déduit que pour tout $(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4$:

$$q(x,y,z,t) = \left(\frac{x+y-6z+2t}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y-2z-2t}{2}\right)^2 - 8\left(z - \frac{7\,t}{16}\right)^2 + \frac{81\,t^2}{32},$$

et par conséquent $q \simeq \langle 1, -1, -8, \frac{81}{32}\rangle$.

Chapitre VI

- p.105 2.3.5 (i) : "est de signature $(2,2)$ car équivalente à $\langle 1,-1,-8,\frac{81}{32}\rangle$".
  Voir l'erreur signalée page 95.

Chapitre IX

- pp 159-160 (paragraphe 4.3). Nombreuses coquilles et une inexactitude.
  Voici la version corrigée des 16 premières lignes :
  "On reprend les données du paragraphe précédent. On souhaite maintenant établir une relation entre le cardinal de $O(\varphi)$ et celui de $O(\psi)$, où $\psi := q \perp \varphi \simeq \langle 1,-1\rangle \perp \varphi$, avec $q : (x,y) \mapsto 2\,x\,y$. On identifie naturellement $\mathbb{K}^2$ et E à des sous-espaces vectoriels de $\mathbb{K}^2 \times E$. On note (e_1, e_2) la base canonique de $\mathbb{K}^2$, si bien que $\psi(e_1) = \psi(e_2) = 0$ et $b_\psi(e_1,e_2) = 1$.
  Faisons agir naturellement $O(\psi)$ sur l'ensemble

$$X := \left\{(x,y) \in (\mathbb{K}^2 \times E)^2 :\ \psi(x) = \psi(y) = 0 \text{ et } b_\psi(x,y) = 1\right\}.$$

  – Le théorème de prolongement de Witt indique que cette action est transitive.

- Le stabilisateur de (e_1, e_2) pour cette action est naturellement isomorphe à $O(\psi_E) \simeq O(\varphi)$. En effet, définir un automorphisme orthogonal de $(\mathbb{K}^2 \times E\,,\,\psi)$ fixant e_1 et e_2 revient à définir un automorphisme orthogonal de $(\mathbb{K}^2 \times E\,,\,\psi)$ fixant tout vecteur du plan régulier $\mathbb{K}^2$, ce qui revient à définir un automorphisme ψ-orthogonal de $(\mathbb{K}^2)^{\perp_\psi} = E$."

- Page 160 lignes 6 et 7, il faut systématiquement remplacer $q_{D^\perp}$ (qui n'a aucun sens) par $\psi_{D^\perp}$.
- Page 163. La matrice A devrait être

$$A = \begin{pmatrix} 13 & -13 & -78 \\ -13 & 2197 & 2262 \\ -78 & 2262 & 762 \end{pmatrix}.$$

Chapitre X

Page 185 au milieu : dans "$\operatorname{Ker}(\varphi - t\,q) = \operatorname{Ker}(u - t \cdot \mathrm{id}_E)$", remplacer t par a_k.

Chapitre XI

- Page 213 : Ligne 7 : il faut lire $O(E)$ et non $O(q)$.
- Page 213 : Ligne -6 : lire "parallèlement à" et non "par rapport à".
- Page 218 : Démonstration de 4.0.17, 2ème ligne avant la fin : "comme en particulier $\operatorname{Ker} \mathrm{d}g(I_n) = \mathcal{A}_n(\mathbb{R})$".
- Page 227 problème 1, question 3.(a) : remplacer "$u(x) = v(x)$" par "$(u(x), v(x))$ liée", question 3.(b), remplacer "$u(x) \neq v(x)$" par "$(u(x), v(x))$ libre".

Chapitre XII

- Page 243 : début du dernier paragraphe : "soit $d \in \mathcal{Q}(q)$".
- Page 251 : Proposition 2.8.1 condition (iii) : remplacer $\mathcal{Q}$ par $\mathcal{C}$.
- Page 255 : ligne 10, lire "soit $a \in \operatorname{dir}(\mathcal{C}) \setminus \mathcal{Q}$" puis ligne 11, lire "garantit $(ab) \cap \mathcal{C} = \{b\}$ ou $(ab) \subset \mathcal{Q}$".

Chapitre XXV

- Exercice 13. question (a). L'énoncé devrait être : "Montrer que toute $\mathbb{C}$-algèbre de dimension finie qui est un corps est de dimension 1 sur $\mathbb{C}$."
- Exercice 13. question (d). Indication : $C(x)$ est une $\mathbb{R}[x]$-algèbre.
- Exercice 27. question (c) : l'énoncé est faux et il faut donc ignorer la question.

Appendice B

- p.799 2.0.7 : "le groupe G est produit semi-direct interne de $i(H)$ par $s(K)$".

Appendice C

- p.805 schéma : il faut échanger C et C' dans la légende.